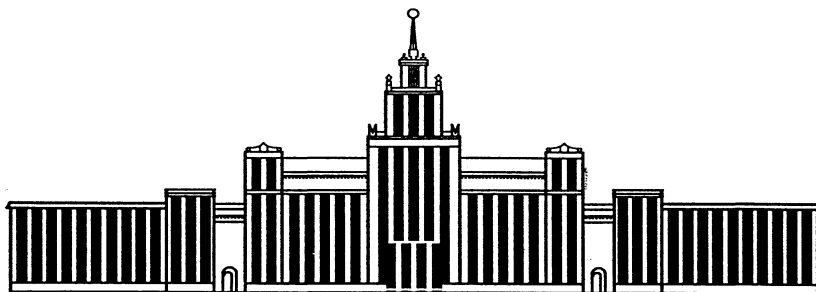

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ



ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

У9(2)26.я7
С603

И.А. Соловьева, И.А. Мостовщикова

ФИНАНСОВАЯ МАТЕМАТИКА

Учебное пособие для практических занятий

Челябинск

2014

Министерство образования и науки Российской Федерации
Южно-Уральский государственный университет
Кафедра «Экономики и финансов»

У9(2)26.я7
С603

И.А. Соловьева, И.А. Мостовщикова

ФИНАНСОВАЯ МАТЕМАТИКА

Учебное пособие для практических занятий

Челябинск
Издательский центр ЮУрГУ
2014

ББК У9(2)26.я7
С603

*Одобрено учебно-методической комиссией
факультета экономики и управления*

*Рецензенты: канд. экон. наук Галкина Л.А.,
канд. экон. наук Аликин А.Ю.*

Соловьева, И.А.

С603 **Финансовая математика: учебное пособие для практических занятий / И.А. Соловьева, И.А. Мостовщикова. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2014. – 51 с.**

В учебном пособии представлены основные теоретические положения и расчетные формулы по темам: «Простые проценты», «Сложные проценты», «Финансовые ренты», «Применение инструментов финансовой математики на рынке ценных бумаг». Предложен ряд задач для самостоятельной работы студентов на практических занятиях, а также тестов для самостоятельного контроля знаний.

Учебное пособие предназначено для студентов специальностей 080100, 080200 при изучении курса «Финансовая математика».

ББК У9(2)26.я7

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	4
1. Простые проценты	
1.1. Основные теоретические положения.....	5
1.2. Задачи для самостоятельного решения.....	8
2. Сложные проценты	
2.1. Основные теоретические положения.....	17
2.2. Задачи для самостоятельного решения.....	19
3. Финансовые ренты	
3.1. Основные теоретические положения.....	28
3.2. Задачи для самостоятельного решения.....	29
4. Финансово-экономические расчеты на рынке ценных бумаг	
4.1. Основные теоретические положения.....	38
4.2. Задачи для самостоятельного решения.....	40
5. Самостоятельный контроль знаний	
Тестовые вопросы для самоконтроля.....	45
Библиографический список.....	51

ВВЕДЕНИЕ

Финансовая математика – это наука, предметом которой является количественный анализ условий и результатов различных финансовых операций.

Инструменты финансовой математики используются при оценке ценных бумаг, при определении параметров кредитов и депозитов, при оценке стоимости недвижимости и стоимости бизнеса, при оценке экономической эффективности инвестиционных проектов и в других областях. Освоение студентами основных навыков финансово-экономических вычислений является базой для изучения таких дисциплин как «Финансы», «Финансовый менеджмент», «Рынок ценных бумаг», «Экономика недвижимости», «Инвестиции и инвестиционный анализ» и др.

Учебное пособие разделено на четыре части. Каждая часть начинается с краткого теоретического обзора и содержит основные определения и расчетные формулы для осуществления финансовых вычислений в рамках рассматриваемой темы. В конце учебного пособия приведены тестовые вопросы для самостоятельного контроля знаний студентов, которые позволяют студентам еще раз проверить степень освоения дисциплины и потренироваться в ответах на вопросы, сформулированные в тестовой форме.

В первой части рассматриваются вопросы и ситуации, касающиеся наращения и дисконтирования по простым процентным ставкам. Вторая часть пособия посвящена наращению и дисконтированию по сложным процентным ставкам. В третьем разделе рассматриваются вопросы, касающиеся работы с постоянными финансовыми рентами (аннуитетами). Четвертая часть учебного пособия посвящена особенностям финансовых вычислений при работе с ценными бумагами.

В целом учебное пособие по дисциплине «Финансовая математика» предназначено для использования на практических занятиях студентами бакалаврами, обучающимися по направлениям 080100 «Экономика» и 080200 «Менеджмент».

1. ПРОСТЫЕ ПРОЦЕНТЫ

1.1. Основные теоретические положения

Финансовая математика (ФМ) представляет собой особую область знаний, предметом которой является количественный анализ условий (параметров) и результатов финансово-кредитных операций, инвестиционных проектов, коммерческих сделок.

На практике методы ФМ применяются в банковском деле, страховании, оценке инвестиционных проектов, в работе финансовых организаций, фондовых и валютных бирж, на рынке недвижимости.

Концепция временной стоимости денег: ценность денег с течением времени меняется, в связи с чем, равные по абсолютной величине суммы денег, относящиеся к разным моментам времени, не равноценны. Причина заключается не только в существовании инфляции и риска их неполучения. Имеющиеся сегодня деньги могут быть инвестированы и принести доход в будущем.

Влияние фактора времени многократно усиливается в период инфляции. В выигрыше оказываются дебиторы, проигрывают кредиторы.

В финансовых операциях суммы денег всегда связаны с конкретными моментами или периодами времени. *В финансовых документах обязательно фиксируются сроки, даты, периодичность выплат.*

Проценты (процентные деньги) – абсолютная величина дохода от предоставления денег в долг в любой его форме (ссуда, продажа товара в кредит, банковский вклад, покупка облигации и т.д.).

$i_t = (FV - PV) / PV$ – **процентная ставка** (ставка процента, норма прибыли, доходность). Отражает доходность операции относительно первоначальной стоимости.

$d_t = (FV - PV) / FV$ – **учетная ставка** (дисконт), отражает доходность операции относительно будущей стоимости (см. рис. 1).

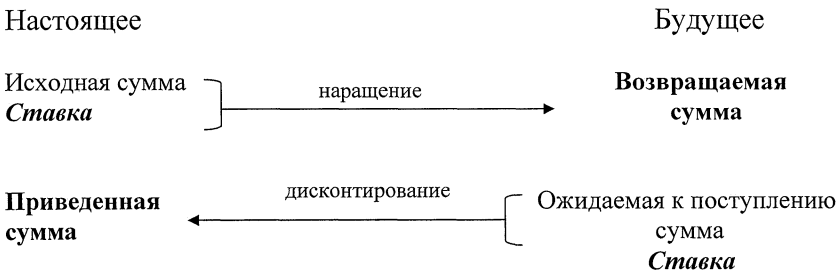


Рис. 1. Нарращение и дисконтирование по простой процентной ставке

$$FV = PV + PV \cdot i_t = PV(1 + i_t) \quad (1.1)$$

Величина FV показывает **будущую стоимость** «сегодняшней» величины PV при заданном уровне доходности.

$$PV = FV - FV \cdot d_t = FV(1 - d_t) \quad (1.2)$$

Искомая величина PV показывает **текущую, «сегодняшнюю» стоимость** будущей величины FV.

Различают **2 схемы начисления процентов**:

- *схема простых процентов* (предполагает неизменность базы начисления);
- *схема сложных процентов* (за базу принимается сумма, полученная на предыдущем этапе наращивания или дисконтирования, т.е. проценты начисляются на проценты).

Период начисления – отрезок времени (рис. 2) между двумя следующими друг за другом процедурами начисления процентов (год, полугодие, месяц, квартал, день). Не путать со сроком начисления!

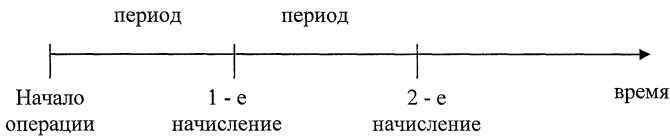


Рис. 2. Периоды начисления

Размер процентной ставки определяется общим состоянием экономики, в т.ч. кредитно-денежного рынка, ожиданиями его динамики, видом сделки, ее валюты, сроком кредита, особенностями заемщика (его надежность, кредитная история) и кредитора.

Наращение и дисконтирование по простой процентной ставке

Основные формулы представлены в табл. 1.

Таблица 1

Наращение и дисконтирование по простой процентной и дисконтной ставке

Ставки	Название операции	Формула	Прямая/обратная задача
i	Наращение по простой ставке	$FV = PV(1 + ni)$	Прямая
i	Математическое дисконтирование	$PV = FV / (1 + ni)$	Обратная
d	Дисконтирование (банковский учет)	$PV = FV(1 - nd)$	Прямая
d	Наращение по учетной ставке	$FV = PV / (1 - nd)$	Обратная

Точность начисления процентов

$$FV = PV(1 + t / T \cdot i), \text{ тогда } n = t / T \quad (1.3)$$

где t – число дней ссуды; T – число дней в году.

Следовательно:

$$FV = PV(1 + t \cdot i / T), \quad (1.4)$$

т.е. дробь i/T представляет собой дневную ставку, а произведение $t \cdot i / T$ – ставку за t дней.

На практике применяются 3 варианта расчета простых процентов:

1. Точные проценты с точным числом дней ссуды 365/365 (*Великобритания, США*).

2. Обыкновенные проценты с точным числом дней ссуды 365/360 (*Франция, Бельгия, Швейцария*).

3. Обыкновенные проценты с приближенным числом дней ссуды 360/360 (*Германия, Дания, Швеция*).

Изменение простой процентной ставки во времени

$$FV = PV(1 + n_1 i_1 + n_2 i_2 + \dots + n_m i_m) = PV(1 + \sum n_t i_t), \quad (1.5)$$

где i_t – ставка простых процентов в периоде t ; n_t – продолжительность периода с постоянной ставкой, $n = \sum n_t$.

Изменение депозитных сумм (базы начисления) во времени

При периодическом пополнении или снятии денег со счета и т.п.:

$$I = \sum R_j n_j i, \quad (1.6)$$

где I – процентные деньги; R_j – остаток средств на счете в момент j после очередного поступления или списания средств; n_j – срок хранения денег (в годах) до нового изменения остатка средств на счете.

Реинвестирование по простым ставкам

$$FV = PV(1 + n_1 i_1)(1 + n_2 i_2) \dots (1 + n_t i_t), \quad (1.7)$$

где i_t – размер ставок, по которым производится реинвестирование; n_t – срок, на который реинвестируются средства.

Если промежуточные сроки начисления и ставки неизменны, то формула преобразуется:

$$FV = PV(1 + ni)^m, \quad (1.8)$$

где m – количество повторений реинвестирования.

Определение срока ссуды и величины процентной ставки

$$FV = PV(1 + ni) \Rightarrow n = (FV - PV)/PV \cdot i = (FV/PV - 1) / i \quad (1.9)$$

$$PV = FV(1 - nd) \Rightarrow n = (FV - PV)/FV \cdot d = (1 - PV/FV) / d \quad (1.10)$$

$n = t / T$ (T – временная база) \Rightarrow срок в днях:

$$t = [(FV - PV)/PV \cdot i] T \quad (1.11)$$

$$t = [(FV - PV)/FV \cdot d] T \quad \dots\dots\dots (1.12)$$

$$FV = PV(1 + ni) \Rightarrow i = (FV - PV)/PV \cdot n \text{ (годовая)} = \\ = (FV - PV) T/PV \cdot t \text{ (дневн.)} \quad (1.13)$$

$$PV = FV(1 - nd) \Rightarrow d = (FV - PV)/FV \cdot n \text{ (годовая)} = \\ = (FV - PV) T/FV \cdot t \text{ (дневн.)} \quad (1.14)$$

Эквивалентность простой процентной и учетной ставки

$$i = d / (1 - nd) \text{ и } d = i / (1 + ni) \quad (1.15)$$

1.2. Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Выразите процентную ставку (r) через учетную (d) и наоборот, учетную ставку через процентную.

Задача 2. На счет в банке положили 40 000 рублей под 12% годовых (простая процентная ставка). Какая сумма будет на счете через 2 года?

Задача 3. На счет в банке положили 15 000 рублей. Счет закрыли через 1 год, получив наличными 21 000 рублей. Определите величину процентной и учетной ставки.

Задача 4. Определите сумму процентов к уплате и сумму накопленного долга, если размер ссуды 700 тыс. руб., срок ссуды 4 года, проценты простые 20% годовых.

Задача 5. Текущая стоимость составляет 100 000 рублей, простая процентная ставка 12%, срок ссуды 3 года. Определите, при какой учетной ставке можно получить аналогичную будущую стоимость через 3 года.

Задача 6. В банк помещена сумма 50000 рублей на 2 года под 15% годовых. Чему будет равна наращенная сумма?

Задача 7. Сумма 7000 рублей помещена в банк на полгода под 10% годовых. Найти сумму процентов к уплате.

Задача 8. Иванов занял Петрову 15 000 рублей и через год получил обратно 18 000 рублей. Рассчитайте процентную и дисконтную ставки сделки.

Задача 9. Каков ваш выбор – получение 5000 рублей через год или 12 000 через 6 лет, если ставка дисконтирования равна 20%?

Задача 10. Банк предлагает доход в размере 15% годовых. Чему должен быть равен первоначальный вклад, чтобы через 3 года иметь на счете 5 млн. рублей?

Задача 11. Какая сумма предпочтительнее при ставке 9% – 1000 рублей сегодня или 2000 рублей через 8 лет?

Задача 12. Если процентная ставка равна 8%, предпочтительнее ли сейчас иметь 100 000 рублей или 160 000 рублей через 5 лет?

Задача 13. Сколько нужно положить на счет сегодня, чтобы через 2 года получить 250 000 рублей? Банк выплачивает доход по простой процентной ставке 9% годовых.

Задача 14. Владелец продал гараж и поместил деньги на банковский счет. Через 3 года он снял со счета 936 тыс. рублей. За сколько владелец продал свой гараж, если известно, что простая процентная ставка банка составляет 10% годовых, а учетная 8%?

Задача 15. Клиент хочет к своему юбилею (через 2 года) иметь на счете 200 тыс. рублей. Ставка по банковскому депозиту составляет 12% годовых. Чему должен быть равен первоначальный вклад?

Задача 16. Через 180 дней после подписания договора должник уплатит 310 тыс. рублей. Кредит выдан под 16% годовых. Какова первоначальная сумма долга при условии, что временная база равна 365 дням?

Задача 17. На счете в банке 1,2 млн. руб. Банк платит 12,5% годовых. Предлагается войти всем капиталом в совместное предприятие, при этом прогнозируется удвоение капитала через 5 лет. Принимать ли это предложение?

Задача 18. На вклад в банк в размере 1 000 000 рублей со сроком на 5 лет банк начисляет 8% годовых. Какая сумма будет на счете в конце срока?

Задача 19. Какова приведенная стоимость 1000 долл., если до их получения остается год, а ставка 15% годовых?

Задача 20. Какой вариант инвестирования первоначальной суммы на 6 месяцев выгоднее: под простую процентную ставку 16% годовых или под простую учетную ставку 15% годовых?

Задача 21. Что выгоднее: вложить 10 000 рублей на 3 месяца под простую процентную ставку 18% годовых или под простую учетную ставку 17% годовых (если используются обыкновенные проценты с приближенным числом дней ссуды)?

Задача 22. Рассчитайте наращенную сумму с исходной суммы в 2 млн. рублей при размещении ее в банке на срок:

- а) 90 дней;
- б) 345 дней;
- в) 126 дней.

Проценты простые, годовая ставка составляет 15%. При расчете использовать метод обыкновенных процентов с точным числом дней ссуды.

Задача 23. Средства предоставлены в долг под 40% годовых с 01.04 текущего года по 10.12 текущего года. Исчислите множитель наращения 3 способами (в зависимости от точности начисления процентов).

Задача 24. Банк «Столичный» объявил о возможности получения при первоначальной сумме вклада 10000 рублей:

- через 3 месяца – 13310 руб.,
- через 6 месяцев – 18040 руб.,
- через 9 месяцев – 24890 руб.,
- через 1 год – 34980 руб.

Рассчитайте заложенную в каждом случае годовую процентную ставку.

Задача 25. Ссуда в размере 100 000 рублей, под 20% годовых, взята 7 января и возвращена 25 марта. Какова потенциальная доходность банка в зависимости от метода начисления процентов по точности?

Задача 26. Акционерное общество для погашения задолженности по счетам поставщиков считает возможным взять краткосрочный кредит под 40% годовых. Год невисокосный. Ссуда 100 млн. руб. планируется с 20 января по 5 мая включительно. Определите возможные варианты возврата долга (при разной точности начисления процентов).

Задача 27. Ссуда в размере 5000 рублей и сроком погашения 10 мая взята 14 февраля. Какая сумма будет выплачена банку при использовании различных

методов начисления процентов? Используется простая процентная ставка 25% годовых.

Задача 28. Ссуда в размере 1 млн. руб. выдана 20.01 до 05.10 включительно под 18% годовых. Какую сумму должен заплатить должник в конце срока при начислении простых процентов? При решении рассмотреть 3 варианта точности расчета процентов.

Задача 29. Предприниматель 5 марта обратился в банк за ссудой до 20 мая того же года под простую процентную ставку 18% годовых. Банк, удержав в момент предоставления ссуды проценты за весь ее срок, выдал предпринимателю 250 тыс. руб. Какую сумму необходимо будет вернуть банку, если при расчете начисленных процентов использовались обыкновенные проценты с точным числом дней ссуды и год високосный?

Задача 30. Какой метод начисления процентов (по точности) дает наибольший результат FV , а какой наименьший? С чем это связано?

Задача 31. Ссуда в размере 3 000 000 д.е. выдана банком 20 января на 1 год. На протяжении этого срока в счет погашения задолженности производятся платежи в банк:

20 апреля – 500 000 д.е.

20 июля – 200 000 д.е.

20 октября – 800 000 д.е.

На ссуду банк предусматривает начисление простых процентов по ставке 30% годовых. Рассчитать контур финансовой операции для актуарного метода и метода торговца, определить размер погасительного платежа в обоих случаях.

Задача 32. Имеется ссуда размером 1000\$, выданная на год под простую процентную ставку 20%. До окончания ссудной операции было сделано 3 частичных платежа:

600\$ через 3 месяца после начала сделки;

10\$ через полгода;

300\$ через 9 месяцев.

Определить размер погасительного платежа методом торговца и актуарным методом.

Задача 33. Имеется обязательство погасить за 1,5 года (с 12.03.2008 по 12.09.2009 г.) долг в сумме 15 млн. руб. Кредитор согласен получать частичные платежи. Проценты начисляются по ставке 20% годовых. Частичные поступления характеризуются следующими данными (в тыс. руб.):

12.06.2008 г. – 500;

12.06.2009 г. – 5000;

30.06.2009 г. – 8000;

12.09.2009 г. – ?

Задача 34. Обязательство суммой 30 млн. руб. и сроком с 1.01.2006 по 1.09.2007 г. взято под 25% годовых. Кредитор согласен получать частичные платежи. Определите сумму последнего платежа актуарным методом и методом торговца, если частичные поступления характеризуются следующими данными (в тыс. руб.):

1.06.2006 г – 5000;
1.06.2007 г – 800;
1.08.2007 г – 10 000;
1.09.2007 г – ?

Задача 35. Обязательство 1,5 млн. рублей, датированное 10.08.2006 года, должно быть погашено 10.06.2007 года. Ссуда выдана под 20% годовых. В счет погашения долга 10.12.2006 года было внесено 800 тыс. руб. Определите остаток долга на конец срока при применении актуарного метода и метода торговца.

Задача 36. Согласно кредитному договору заемщик должен погасить долг суммой 600 000 р. в срок с 20 сентября по 30 декабря. Простые проценты начисляются по ставке 18 % годовых (“германская практика”). В погашение долга поступили частичные платежи: 10 октября – 160 000 р., 22 ноября – 200000 р. Определить, какую сумму заемщик должен внести в погашение обязательства 30 декабря.

Задача 37. Клиент получил ссуду в банке на 8 месяцев под 25% годовых в размере 1,2 млн. рублей. В счет погашения долга через 5 месяцев поступил платеж в размере 700 тыс. рублей. Рассчитайте величину последнего платежа, применив актуарный метод и метод торговца.

Задача 38. Ссуда в размере 5000 руб. выдана с 1 января по 1 сентября включительно под простые проценты 12% годовых. В счет погашения долга 15 мая поступило 2000 руб., 15 июля – 1500 руб. Определить остаток долга на конец срока актуарным методом и методом торговца. Год невисокосный. Проценты обыкновенные с точным числом дней ссуды.

Задача 39. Долг в сумме 1700 тыс. рублей необходимо погасить за 1,5 года с 14 февраля 2014 года по 14 августа 2015 года. Кредитор согласен на частичные платежи и рассчитывает получать доход в размере 15 % годовых.

График платежей:

14 августа 2014 года – 340 т.р.
14 ноября 2014 года – 260 т.р.
14 февраля 2015 года – 450 т.р.
14 мая 2015 года – 280 т.р.

Рассчитать контур финансовой операции для метода торговца и актуарного метода. Определить размер погашающего платежа.

Задача 40. Клиент купил 10 января у строительной компании квартиру за 3,35 млн. рублей с рассрочкой платежа на 1 год. Застройщик начисляет на размер предоставленной суммы 8% годовых (использует метод 365/365, год невисокосный). Фактически задолженность погашалась следующим образом:

- 10 апреля – 50 000 рублей;
- 10 мая – 500 000 рублей;
- 10 октября 2 000 000 рублей;
- 10 января – ?

Определите размер заключительного платежа. Застройщик использует актуарный метод учета частичных платежей.

Задача 41. Контракт предусматривает следующий порядок начисления процентов: первый год – 16%, в каждом последующем полугодии ставка повышается на 1%. Необходимо определить множитель наращивания за 2,5 года.

Задача 42. Банк взимает за ссуду в размере 500000 рублей, 20% годовых. За каждый последующий год предоставляется премия клиенту в размере 2%. Если срок ссуды 8 лет, то какая итоговая задолженность перед банком?

Задача 43. Соглашение промышленного предприятия с банком предусматривает, что за первый год предприятие уплачивает 20% годовых. В каждом последующем полугодии ставка повышается на 2%. Срок сделки 3,5 года. Сумма кредита 5 млн. рублей. Проценты обыкновенные с приближенным сроком ссуды. Определите сумму возврата долга через 3,5 года.

Задача 44. Кредитный договор заключен на 2 года. Сумма вклада 100 тыс. руб. Период начисления – квартал. Определить наращенную сумму и множитель наращивания в случае, если используется:

- 1) простая ставка процентов; за первый квартал – 10%, за каждый следующий – на 1% больше
- 2) фиксированная простая ставка процентов 14%.

Задача 45. Размер депозита 10 млн. руб. Номинальная годовая ставка 25%. Проценты начисляются и капитализируются по полугодиям. Срок депозита 27 месяцев. Определите наращенную стоимость.

Задача 46. 100 млн. рублей размещены на депозите банка под 18% годовых на 2 месяца. Какова наращенная сумма, если операция повторяется 3 раза?

Задача 47. Банк предлагает клиентам получить быстрый доход от вложения средств под простую процентную ставку 15% годовых на срок 1 месяц.

Воспользоваться услугой можно не более 4 раз. Рассчитайте сумму денежных средств на счетах клиентов к концу операции, если известно, что:

1) клиент разместил на счете 20 000 рублей, пользовался услугой 2 раза, снимал деньги при каждом начислении процентов;

2) клиент разместил на счете 50 000 рублей, пользовался услугой 4 раза, не снимал деньги.

3) Клиент разместил на счете 50 000 рублей, пользовался услугой 4 раза, снимал деньги при каждом начислении процентов.

Задача 48. Коммерческая фирма открыла расчетный счет 12 января 2014 года, разместив на нем 260 тыс. руб., 24 февраля со счета было снято 120 тыс. руб., 19 апреля поступило 144 тыс. руб. Простая ставка 10 % годовых. Какой суммой денежных средств будет располагать компания на своем расчетном счете к 1 мая? Банк использует обыкновенные проценты с точным числом дней ссуды.

Задача 49. Имеются следующие данные о движении денежных средств на счете: 05.02 поступило 12 млн. руб., 10.07 снято 4 млн. руб. и 20.10 поступило 8 млн. руб. Найти сумму на счете на конец года и рассчитать величину начисленных процентов. Процентная ставка 18% (365/365).

Задача 50. 1 января текущего года на расчетном счете предприятия было 580 тыс. руб. 12 числа каждого месяца предприятие перечисляет лизинговой компании платеж в размере 47 тыс. рублей. Также известно, что 24 января со счета компании было перечислено в бюджет 112 тыс. рублей в счет погашения задолженности по налогам. 16 января предприятие получило государственную субсидию в размере 300 000 рублей на расчетный счет. 10 февраля предприятие расплатилось с поставщиками сырья, со счета было списано 240 тыс. руб. 15 февраля клиент перечислил деньги за продукцию в размере 260 тыс. руб. Рассчитайте, какой суммой располагало предприятие на счете утром 16 февраля? Ставка банка по депозитным операциям 8%.

Задача 51. На сколько дней была выдана ссуда клиенту, если он занимал 10 000 рублей, а вернуть ему пришлось 10 115 под 10% годовых?

Задача 52. Компания продает в кредит оборудование стоимостью 100 000 рублей и просит выплатить за него 120 000 рублей в течение 2 лет. Какова запрашиваемая ежегодная процентная ставка?

Задача 53. На сколько дней нужно положить деньги в банк, чтобы имея 30 000 рублей накопить 38000 рублей при простой процентной ставке 23% годовых (365/360)?

Задача 54. Предпринимателю через некоторое время понадобится сумма в 25 тыс. руб., между тем он располагает лишь 22 тыс. руб. С целью накопления

требуемой суммы предприниматель собирается положить в банк 22 тыс. руб. Предлагаемая банком процентная ставка равна 30% годовых. Сколько дней необходимо для накопления требуемой суммы, если банк начисляет простые проценты, используя в расчетах точные проценты?

Задача 55. Организация получила кредит на 5 месяцев в размере 180 000 рублей, с условием возврата 210 000 рублей. Какова дневная процентная ставка в данной операции? Проценты простые, метод 360/360.

Задача 56. Клиент купил товар стоимостью 70 000 рублей в кредит на 10 месяцев. Какова должна быть простая процентная ставка, если кредитор желает получить 8% реального дохода (схема простых процентов) при уровне инфляции 15% в год? Вычислить наращенную сумму.

Задача 57. Какова реальная доходность операции для кредитора, если срок кредита - 3 года, простая ставка – 25% годовых, уровень инфляции – 18%?

Задача 58. Владелец векселя номиналом 100 тыс. руб. и периодом обращения 105 дней за 15 дней до наступления срока платежа учитывает его в банке по учетной ставке 20%. Какую сумму получит векселедержатель?

Задача 59. Какой величины прибыль получит банк в результате учета 10 марта по простой учетной ставке 20% годовых трех векселей, каждый из которых на сумму 25 тыс. руб., а сроки их погашения - 9 июня, 11 июля и 3 сентября того же високосного года? Проценты точные с точным числом дней ссуды.

Задача 60. Вексель учтен банком за 3 месяца до даты погашения по простой учетной ставке 15% годовых. Банк выплатил сумму 7000 руб. Определить номинальную стоимость векселя.

Задача 61. Вексель номинальной стоимостью 10 000 руб. учтен банком за 90 дней до даты погашения. Банк выплатил сумму 9600 руб. По какой учетной ставке была совершена операция? Проценты обыкновенные.

Задача 62. За сколько дней до даты погашения был учтен вексель номиналом 11 000 рублей, если выплаченная сумма составила 10 500 рублей, а банковская учетная ставка равна 14% годовых?

Задача 63. Банк учел вексель за 70% его номинала за полгода до его выкупа. Какова доходность операции для банка?

Задача 64. Владелец векселя номиналом в 200 тыс. руб. с периодом обращения 1,5 года предложил его банку для учета за полгода до срока

погашения. Банк произвел учет векселя по простой учетной ставке 12% годовых. Определить дисконт, полученный банком, и сумму, полученную владельцем векселя.

Задача 65. Вексель выдан на сумму 1 млн. руб. с уплатой 17.11.2015 года. Владелец векселя учел его в банке 23.09.2015 года по учетной ставке 20%. Определите сумму, полученную при учете векселя и дисконт банка.

2. СЛОЖНЫЕ ПРОЦЕНТЫ

2.1. Общие теоретические положения

Особенности наращивания и дисконтирования по сложной процентной и дисконтной ставке представлены в табл. 2.

Таблица 2

Ставки	Название операции	Формула	Соответствующий коэффициент / множитель	Прямая / обратная задача
i	Наращение по сложной ставке	$FV_n = PV(1+i)^n$ (2.1) $FV_n = PV(1 + j/m)^{nm}$ (2.2)	$(1+i)^n$ – множитель наращивания	Прямая
i	Математическое дисконтирование	$PV = FV / (1 + i)^n$ (2.3) $PV = FV / (1 + j/m)^{nm}$ (2.4)	$1/(1 + i)^n$ – коэффициент дисконтирования	Обратная
d	Дисконтирование (банковский учет)	$PV = FV(1 - d)^n$ (2.5)	$(1 - d)^n$ – коэффициент дисконтирования (учетный)	Прямая
d	Наращение по учетной ставке	$FV = PV / (1 - d)^n$ (2.6)	$1/(1 - d)^n$ – множитель наращивания	Обратная

Изменение процентной ставки во времени

$$FV = PV(1+i_1)^{n_1} (1+i_2)^{n_2} \dots (1+i_k)^{n_k}, \quad (2.7)$$

где $i_1, i_2 \dots i_k$ – последовательные значения ставок; $n_1, n_2 \dots n_k$ – периоды, в течение которых действуют соответствующие ставки.

Начисление процентов за дробное число лет

Часто срок в годах для начисления процентов не является целым числом. В этом случае используют 2 метода:

1) Общий порядок расчета: $FV_n = PV(1+i)^n$; (2.8)

2) Смешанный метод: $FV_n = PV(1+i)^a(1+ib)$. (2.9)

Проценты за целое число лет начисляются по схеме сложных процентов, а за дробную часть срока – по формуле простых процентов, где $n = a + b$ – срок ссуды, a – целое число лет, b – дробная часть года.

Сравнение роста по простым и сложным процентным ставкам

Соотношение множителей наращенения, рассчитанных по аналогичным простым и сложным процентным ставкам, зависит от срока ссуды (табл. 3).

Таблица 3

Срок ссуды	Соотношение простых и сложных процентов
< 1 года	$(1 + n \cdot i_s) > (1 + i)^n$
> 1 года	$(1 + n \cdot i_s) < (1 + i)^n$
1 год	$(1 + n \cdot i_s) = (1 + i)^n$

Формулы удвоения

При начислении простых процентов:

$$n = (FV/PV - 1) / i_s = 1 / i_s \quad (2.10)$$

При начислении сложных процентов:

1) Приближенное количество лет (правило 72): $n = 72/i$ (%) (2.11)

2) Точное кол-во лет $n = \frac{\ln(FV / PV)}{\ln(1 + i)} = \frac{\ln 2}{\ln(1 + i)} = \frac{0.69315}{\ln(1 + i)}$ (2.12)

Начисление внутригодовых процентов

В условиях финансовой сделки оговаривают не ставку за период, а годовую ставку (обозначим j). Если число периодов начисления в году – m , то ставка за конкретный период начисления j / m , n – срок финансовой операции в годах, mn – общее кол-во периодов начисления, тогда формула наращенения:

$$FV = PV(1 + j/m)^{mn} \quad (2.13)$$

Эффективная ставка – это такая годовая ставка сложных процентов (i), которая дает тот же результат, что и m -разовое начисление процентов по ставке j/m .

Определение срока ссуды

При наращении по сложной годовой ставке i и по номинальной ставке j исходя из формул $FV = PV(1+i)^n$ и $FV = PV(1+j/m)^{mn}$ получим:

$$n = \ln(FV/PV) / \ln(1+i) \quad (2.14)$$

$$n = \ln(FV/PV) / m \cdot \ln(1+j/m) \quad (2.15)$$

При дисконтировании по сложной годовой учетной ставке d , исходя из формулы $PV = FV(1-d)^n$, получим:

$$n = \ln(PV/FV) / \ln(1 - d) \quad (2.16)$$

Определение величины процентной ставки

$$i = \sqrt[n]{FV / PV} - 1, \quad (2.17)$$

$$j = m \sqrt[mn]{FV / PV} - 1, \quad (2.18)$$

$$d = 1 - \sqrt[n]{PV / FV} \quad (2.19)$$

Непрерывное наращение и дисконтирование

$$FV = PV \cdot e^{\delta n} \quad (2.20)$$

где $e^{\delta n}$ – множитель наращения (сила роста).

Операция математического непрерывного дисконтирования осуществляется элементарно:

$$PV = FV / e^{\delta n} = FV \cdot e^{-\delta n} \quad (2.21)$$

где $e^{-\delta n}$ – дисконтный множитель (сила роста).

Зная силу роста, можно рассчитать эквивалентную ей ставку сложного процента, т.е. такую дискретную ставку, которая позволяет получить тот же результат за определенный срок, что и непрерывная ставка.

$$(1 + i)^n = e^{\delta n} \quad (2.22)$$

$$\delta = \ln(1 + i) \quad (2.23)$$

$$I = e^{\delta} - 1 \quad (2.24)$$

2.2. Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. В день рождения внука бабушка положила в банк \$1000 под 8% годовых. Какой будет эта сумма к восемнадцатилетию внука при условии начисления сложных процентов?

Задача 2. Рассчитайте, какую сумму нужно депонировать в банк, чтобы по истечении трех лет получить 60000 рублей, если сложная процентная ставка составляет 15% годовых.

Задача 3. На вклад в размере 1 000 000 рублей сроком на 5 лет банк начисляет 8% годовых. Какая сумма будет на счете в конце срока, если начисление процентов производится по схеме сложных процентов:

- а) ежегодно;
- б) ежеквартально.

Задача 4. Банк предлагает депонировать денежные средства на следующих условиях:

- а) 12% годовых с однократным начислением процентов в конце года;
- б) 10% годовых с начислением и присоединением процентов каждое полугодие;
- в) 8% годовых с ежеквартальным начислением и присоединением процентов.

Какой вклад обеспечит инвестору наибольшую совокупную годовую доходность?

Задача 5. Рассчитайте будущую стоимость 100 000 рублей, вложенных на 5 лет под 8% годовых, если начисление процентов осуществляется:

- а) ежегодно;
- б) 2 раза в год;
- в) ежеквартально.

Задача 6. Какие условия предоставления кредита наиболее выгодны банку?

- а) под 28% годовых с ежеквартальным начислением процентов;
- б) под 30% годовых, с полугодовым начислением процентов.

Срок 5 лет.

Задача 7. Появилась возможность получить кредит либо на условиях 12% годовых с ежеквартальным начислением процентов, либо на условиях 12,4% годовых с ежегодным начислением (используется схема сложных процентов). Какой вариант предпочтительнее заемщику?

Задача 8. Банк выдает ссуду дочернему предприятию с целью оказания финансовой помощи в размере 10 млн. руб. под 20% годовых на 3 года. Определить сумму, которую необходимо вернуть банку в конце срока ссуды, и доход банка по ссуде.

Задача 9. Предприятие должно получить 100 000 рублей через 5 лет. Среднерыночная ставка равна 12%. Какова реальная стоимость этой суммы?

Задача 10. Вкладчик через 10 лет должен получить 2 млн. рублей. Банк производит начисления по сложной ставке 20% годовых. Какую сумму вложили в банк?

Задача 11. Какая сумма предпочтительнее при сложной ставке 6% годовых: 1000 долларов сегодня или 2000 долларов через 8 лет?

Задача 12. Срок ссуды – 5 лет, договорная базовая процентная ставка – 12% годовых плюс маржа 0,5% в первые два года и 0,75% в оставшиеся годы. Определить множитель наращивания.

Задача 13. Сумма вклада составляет 35 000 руб. В течение первого года проценты начисляются по ставке 11% годовых, затем 2 года – по ставке 13% годовых и затем еще 2 года – по ставке 14% годовых. Рассчитайте, какую сумму получит вкладчик через 5 лет, при условии, что сложные проценты начисляются в конце каждого года.

Задача 14. Банк взимает за ссуду в размере 250 000 рублей 18% годовых. За каждый год предоставляется премия клиенту в размере 1%. Какова итоговая задолженность клиента перед банком при условии ежегодной капитализации процентов, если ссуда предоставлена на 5 лет?

Задача 15. Клиент взял автокредит на 3 года под 12% годовых с ежемесячным начислением процентов. Также договором предусмотрено снижение процентной ставки во 2 год на 0,5%, а в третий на 1% при условии отсутствия просрочек платежей. Рассчитайте сумму автокредита, при условии, что вернуть необходимо 490 тыс. руб. Рассмотреть наиболее оптимистичный сценарий возврата долга.

Задача 16. На сумму в 1,5 млн. рублей банк начисляет 20% годовых по ставке сложных процентов в течение 2-х лет. Ежегодный темп инфляции составляет 5% в год. Определите реальную стоимость наращенной суммы.

Задача 17. Клиент сделал вклад в банк в размере 10 000 рублей под 100% годовых на 5 лет. Какую сумму получит клиент по истечении срока вклада, если инфляция составляет 50% в год?

Задача 18. Какова будет сумма долга через 25 месяцев, если его первоначальная величина 500 тыс. руб., проценты сложные, ставка 20% годовых, начисление поквартальное?

Задача 19. Банк предоставляет ссуду в размере 5 000 долларов на 39 месяцев под 20% годовых на условиях полугодового начисления процентов. Рассчитайте возвращаемую сумму при использовании:

- а) схемы сложных процентов;
- б) смешанной схемы начисления процентов.

Задача 20. Кредит в размере 3 млн. руб. выдан на 2 года и 160 дней под 16,5% годовых. Определить сумму долга на конец срока при использовании схемы сложных процентов и смешанной схемы.

Задача 21. Сумма 8 000 руб. помещена в банк на 2 года и 3 месяца под 15% годовых (проценты сложные). Рассчитать наращенную сумму двумя способами.

Задача 22. Банк предоставляет ссуду в размере 10 000 долларов на 30 месяцев под 30% годовых на условиях ежегодного начисления процентов. Какой вариант начисления процентов (схема сложных процентов или смешанная схема) более выгоден банку? Какой вариант выгоден заемщику?

Задача 23. Средства размером 2000 рублей помещены на депозит, проценты начисляются ежеквартально из расчета 16% годовых и присоединяются к основной сумме. Определите наращенную стоимость депонированной суммы, если срок хранения вклада 20 месяцев, а за неполный процентный период начисляются простые проценты.

Задача 24. За какой срок (число процентных периодов) вклад удвоится при начислении 30% годовых по простой ставке?

За какой срок вклад удвоится при начислении сложных процентов по той же ставке?

Задача 25. Используя «правило 72» рассчитайте срок, за который удвоится сумма 50 000 рублей при сложной ставке 10%. Проценты начисляются 1 раз в год.

Задача 26. Вы имеете 10 000 рублей и хотели бы удвоить эту сумму через 6 лет. Каково минимально приемлемое значение процентной ставки? Сравните результат, полученный по точной формуле, с результатом, полученным с помощью "правила 72-х".

Задача 27. Сложная процентная ставка – 12%. Сколько времени необходимо для того, чтобы:

- а) удвоить некую сумму?
- б) утроить эту сумму?

Задача 28. Использование простой или сложной процентной ставки позволит быстрее удвоить сумму 5 000 рублей, если значение ставки:

- а) 50%;
- б) 100%;
- в) 150%?

Задача 29. Сколько времени необходимо для того, чтобы удвоить 100 000 рублей, при условии ежеквартального начисления сложных процентов по ставке 10% годовых? Какова эффективная ставка в данной операции?

Задача 30. Ссуда была выдана на два года – с 1 мая 2013 года по 1 мая 2015 года. Размер ссуды 10 млн. рублей. Необходимо распределить начисленные проценты (ставка 19%, 365/365) по календарным годам.

Задача 31. Ставка по кредиту – 50% годовых. Определите размер полученной на 4 месяца ссуды, если следует вернуть 310 тысяч рублей. Проценты начисляются ежемесячно и присоединяются к основной сумме долга. Рассчитайте эффективную процентную ставку.

Задача 32.

Определите сумму начисленных процентов, если известно, что ссуда 200 000 рублей предоставлена с 01.07 текущего года по 20.10 текущего года под 20% годовых с ежемесячным начислением процентов и присоединением их к основной сумме долга.

Задача 33. Номинальная ставка – 22% годовых. Проценты начисляются и присоединяются к основной сумме долга 4 раза в год. Определите эффективную ставку процента.

Задача 34. Банк начисляет проценты по номинальной процентной ставке 40% годовых. Какова эффективная процентная ставка в данном случае?

Задача 35. Каков размер эффективной ставки, если номинальная ставка равна 25%, а проценты начисляются ежедневно?

Задача 36. Долговое обязательство на сумму 5 млн. руб., срок оплаты которого наступает через 5 лет, продано с дисконтом по сложной учетной ставке 15% годовых. Каков размер полученной за долг суммы и величина дисконта (в тыс. руб.)?

Задача 37. Вы имеете вексель на сумму 15 тыс. руб. и хотели бы при его учете по сложной учетной ставке за 2 года до срока погашения получить две трети этой суммы. Какая должна быть годовая номинальная учетная ставка при поквартальном учете процента? Как изменится ответ, если процент учитывается раз в год?

Задача 38. Через 420 дней владелец векселя, выданного коммерческим банком должен получить по нему 550 тыс. рублей. Какая сумма будет получена при учете векселя за 120 дней до даты погашения, если сложная годовая учетная ставка составляет 20%?

Задача 39. Владелец векселя (номиналом 80 000 рублей) с периодом обращения 150 дней учел его в банке за 30 дней до погашения по сложной учетной ставке 18%. Какую сумму получит векселедержатель?

Задача 40. Вексель номинальной стоимостью 100 000 рублей был учтен банком за 60 дней до даты погашения. Банк выплатил держателю векселя 92 000 рублей. По какой простой и по какой сложной учетной ставке могла быть осуществлена данная операция?

Задача 41. Банк учел вексель за 50% от его номинала за полгода до погашения. Какова доходность операции для банка, если использовалась сложная учетная ставка?

Задача 42. Какой сложной годовой ставкой можно заменить в контракте простую ставку 18%, не изменяя финансовых последствий? Срок операции 580 дней.

Задача 43. Определите, какой вариант инвестирования первоначальной суммы на 3 года выгоднее: под простую процентную ставку 18% годовых или под сложную процентную ставку 15% годовых. Изменится ли решение при условии, что сложные проценты по ставке 15% начисляются ежеквартально?

Задача 44. Ссуда предоставлена на 4 года под 18%. Проценты начисляются ежегодно и присоединяются к основной сумме долга. Во сколько раз дешевле обойдется ссуда, полученная под простые проценты?

Задача 45. Первоначальная сумма вклада – 30 000 руб., наращенная сумма – 40 000 руб., период начисления – 2 года. Найти сложную процентную ставку.

Задача 46. Первоначальная сумма вклада – 6000 рублей, наращенная сумма – 7 200 руб., процентная ставка – 10% годовых (проценты сложные, капитализация ежемесячная). Определить срок ссуды.

Задача 47. Вычислите ставку, которую необходимо отразить в договоре, чтобы при начислении сложных процентов ежеквартально, получить полный относительный доход в размере 12% годовых. Как изменится ставка, если проценты будут начисляться непрерывно?

Задача 48. Какой величины достигнет долг, равный 1 млн. руб., через 5 лет при росте по сложной ставке 15,5% годовых, если проценты начисляются:

- а) ежеквартально;
- б) ежемесячно;
- в) непрерывно?

Задача 49. Сумма, на которую начисляются непрерывные проценты составляет 2 млн. руб.; сила роста 10%, срок 5 лет. Чему будет равна наращенная сумма?

Задача 50. Предположим, что 100 долларов вложены на 10 лет под 12% годовых. Подсчитайте сумму на конец срока, при начислении сложных процентов:

- а) ежегодно;
- б) 2 раза в год;
- в) ежемесячно;
- г) непрерывно.

Задача 51. Какая сумма вложена под 10% годовых с непрерывным начислением, если срок депонирования 2 года, а сумма к возврату 700 000 рублей?

Задача 52. Что даст больший годовой результат: вложение средств под 12% годовых по сложной ставке с ежемесячной капитализацией или вложение средств под 11% годовых с непрерывным начислением процентов?

Задача 53. Имея на счете 40 тыс. руб. вы прогнозируете свои доходы в течение следующих 2 лет в размере 60 и 70 тыс. руб. соответственно. Ожидаемая процентная ставка в эти годы 8 и 14%. Минимальные расходы составляют: в текущем году 20 тыс. руб., в последующие годы ожидается их прирост с темпом 10% в год. Рассчитайте потенциально доступную к потреблению сумму во 2 и 3 годах.

Задача 54. График предусматривает следующий порядок выдачи ссуды во времени: 1 июля 2013 года – 5 млн. руб., 1 января 2014 года – 15 млн. руб., 1 января 2016 года – 18 млн. руб. Необходимо определить сумму задолженности на начало 2017 года при условии, что проценты сложные – 20% годовых.

Задача 55. Клиент осуществляет следующие вклады в банк (табл. 4):

Таблица 4

№	Дата	Сумма
1	01.01.2012	15 тыс. руб.
2	01.01.2013	25 тыс. руб.
3	01.01.2014	35 тыс. руб.
4	01.01.2015	20 тыс. руб.
5	01.01.2016	30 тыс. руб.

Банк начисляет 20% годовых. Проценты сложные. Определите:

- 1) Какая сумма будет на счете клиента через 10 лет?
- 2) Какая сумма будет на счете клиента через 5 лет?
- 3) Какова настоящая стоимость денежных средств клиента, накопленных к концу 6-го года?
- 4) Какова настоящая стоимость денежных средств клиента, накопленных к концу 3-го года?

- 5) Какова настоящая стоимость денежных средств клиента (на начало 3-го года), накопленных к концу 6-го года?
- 6) Какова настоящая стоимость денежных средств клиента (на начало 4-го года), накопленных к концу 5-го года?
- 7) Сколько денег будет на счете предприятия через 7 лет, если за точку отсчета принять начало 3-го года?

Задача 56. Найдите современную и наращенную величины потока $\{(-2000;1); (1000;2); (-300;3); (1500;4); (2700;5)\}$. Расчеты произведите для двух случаев:

- а) платежи осуществляются в конце каждого периода (постнумерандо);
- б) платежи осуществляются в начале каждого периода (пренумерандо).
Процентная ставка 16% годовых.

Задача 57. Рассчитайте современную и будущую стоимость потока (на конец 5 года) для каждого случая, приведенного в табл. 5 (платежи постнумерандо, ставка 10% годовых).

Таблица 5

	1 год	2 год	3 год	4 год	5 год
Поток А	1000	-500	800	-300	2000
Поток В	500		500	500	500
Поток С			1000	1000	

Задача 58. Рассчитайте современную и будущую стоимость потока (на конец 5 года) для каждого случая, приведенного в табл. 6 (платежи пренумерандо, ставка 10% годовых):

Таблица 6

	1 год	2 год	3 год	4 год	5 год
Поток А	1000	-500	800	-300	2000
Поток В	500		500	500	500
Поток С			1000	1000	

Задача 59. Проанализируйте целесообразность принятия к реализации инвестиционного проекта со следующими характеристиками денежного потока по годам: -150, 30, 70, 70, 45. Цена капитала на рынке 12% (ставка сложная). Изменится ли ваше решение при увеличении цены капитала до 18%?

Задача 60. Имеются данные о движении денежных средств на счете за год (табл. 7).

Таблица 7

Дата	Сумма
------	-------

10 января	-250 000
10 марта	+180 000
10 мая	-40 000
10 сентября	+320 000
10 ноября	+82 000

Рассчитайте текущую и будущую стоимость потока платежей, если используются обыкновенные проценты с приближенным сроком ссуды, а размер сложной ставки – 12%.

3. ФИНАНСОВЫЕ РЕНТЫ

3.1. Основные теоретические положения

Поток платежей, все члены которого – положительные величины, а временные интервалы между платежами одинаковы, называют **финансовой рентой**, или **аннуитетом**.

Рента описывается следующими параметрами:

- **член ренты** – размер отдельного платежа;
- **период ренты** – временной интервал между двумя последовательными платежами;
- **срок ренты** – время от начала первого периода ренты до конца последнего;
- **процентная ставка**.

Нарощенная сумма – сумма всех членов потока платежей с начисленными на них к концу срока процентами. **Современная стоимость** потока платежей – сумма всех его членов, дисконтированных на начало срока ренты.

Формулы для расчета текущей и наращенной стоимостей постоянных рент постнумерандо и пренумерандо приведены в табл. 8.

Таблица 8

	Современная стоимость (PV)	Нарощенная стоимость (FV)
Аннуитет постнумерандо	$PV^{pst} = R \cdot \frac{1 - (1 + i/k)^{-kn}}{p[(1 + i/k)^{k/p} - 1]} \quad (3.1)$	$FV^{pst} = R \frac{(1 + i/k)^{kn} - 1}{p[(1 + i/k)^{k/p} - 1]} \quad (3.2)$
Аннуитет пренумерандо	$PV^{pre} = PV^{pst} \cdot \left(1 + \frac{i}{k}\right)^{\frac{k}{p}} \quad (3.3)$	$FV^{pre} = FV^{pst} \cdot \left(1 + \frac{i}{k}\right)^{\frac{k}{p}} \quad (3.4)$

Где R – размер годового платежа; i – ставка процента (в год-х); k – количество капитализаций в год; p – количество платежей в год; n – общий срок операции (в годах).

Непрерывное начисление процентов:

$$FV = R \frac{e^{\delta n} - 1}{p(e^{\delta/p} - 1)} \quad (3.5)$$

$$PV = R \frac{1 - e^{-\delta n}}{e^{\delta} - 1} \quad (3.6)$$

Определение размера члена ренты для годовой ренты постнумерандо с ежегодным начислением процентов:

$$R = \frac{FV}{FM3(n, i)} = \frac{FV \cdot i}{(1+i)^n - 1} \quad (3.7)$$

$$R = \frac{PV}{FM4(n, i)} = \frac{PV \cdot i}{1 - (1+i)^{-n}} \quad (3.8)$$

Расчет срока ренты для годовой ренты постнумерандо с ежегодным начислением процентов:

$$n = \frac{\ln\left(\frac{FV}{R} \cdot i + 1\right)}{\ln(1+i)} \quad (3.9)$$

$$n = \frac{\ln\left(1 - \frac{PV}{R} \cdot i\right)^{-1}}{\ln(1+i)} \quad (3.10)$$

Вечная рента:

$$PV = \lim_{n \rightarrow \infty} R \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = R \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = R \cdot \frac{1}{i}$$

Т.о., для вечной ренты:

$$PV_{\infty} = \frac{R}{i} \quad (3.11)$$

Отдаленные платежи оказывают крайне малое влияние на величину приведенной стоимости ренты. В силу этого при больших сроках ренты для определения современной стоимости можно воспользоваться приведенной формулой.

3.2. Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Пусть в конце каждого из будущих n лет предстоит получение C долларов, годовая процентная ставка для всего периода равна r .

- 1) Какова формула расчета приведенной стоимости платежей?
- 2) Подсчитайте приведенную стоимость платежей для $C=1000$, $r=10$, а $n=50$.

3) Готовы ли вы заплатить 10 000 руб. за 50-летний аннуитет, приносящий по 1000 рублей в год при процентной ставке 10% годовых?

Задача 2. Василию Петровичу 50 лет, и в следующем году его оклад составит 40 000 рублей. Он планирует уход на пенсию в 60 лет.

- а) Какова приведенная стоимость его будущих доходов (до выхода на пенсию) при годовой ставке 8%?
- б) Сколько он накопит к 60-ти годам, если он будет ежегодно сберегать половину жалованья и вкладывать сбережения под 12% годовых?

Задача 3. Что именно выберете Вы при текущей ставке по кредиту в 10%:

- а) 100 долларов сейчас;
- б) по 12 долларов в конце каждого из следующих 12-ти лет;
- в) по 10 долларов в конце каждого года пожизненно?

Задача 4. Предприятие ожидает в течение следующих 5 лет ежегодно получать доход, равный 600 тыс. руб. Какова реальная стоимость этой суммы при процентной ставке:

- а) 5%;
- б) 10%;
- в) 15%?

Задача 5. На протяжении четырех лет осуществлялись некоторые платежи постнумерандо. Сложная процентная ставка 18% годовых. Нарощенная стоимость потока платежей составляет 1825 долларов. Определите приведенную стоимость данного потока. Какой была бы приведенная стоимость потока, если бы платежи вносились по схеме пренумерандо?

Задача 6. У Вас появилась возможность купить инвестицию так, что первые пять лет Вы не будете получать доход, а начиная с шестого года будете получать ежегодно по 150 долларов в течение 5 лет. Вы рассчитываете получать 10% дохода от этого вложения. Пусть все доходы поступают в конце года.

- а) Сколько Вы согласитесь заплатить за эту инвестицию в конце пятого года?
- б) Сколько Вы готовы заплатить немедленно?

Задача 7. Клиент обратился в пенсионный фонд с просьбой о выплате ему пенсии через 10 лет в течение последующих 20 лет по 5 тыс. долларов в конце каждого года. Какую сумму ему необходимо положить на их счет, чтобы фонд удовлетворил данную просьбу при процентной ставке 15% годовых?

Задача 8. Мария Геннадьевна готовится к выходу на пенсию. Организация предлагает ей выбор между немедленным получением разового выходного пособия в 50 000 евро и 20-ти летним аннуитетом по 5 200 евро в год. Какой вариант для нее выгоднее, если есть возможность самостоятельно вложить средства под 6% годовых?

Задача 9. Вы планируете через 5 лет купить в конце года облигацию. По этой облигации вы будете в течение четырех лет (т.е. с 6-го по 9-й год) ежеквартально получать по 15000 рублей. Сколько вам придется заплатить за эту облигацию на пятом году в ценах сегодняшнего дня, если годовая ставка процента равна 8%?

Задача 10. Фирме предложено инвестировать 100 млн. руб. на срок 5 лет при условии возврата этой суммы частями (ежегодно по 20 млн. руб. в конце года). По истечении 5 лет выплачивается вознаграждение в размере 30 млн. руб. Примет ли фирма это предложение, если можно депонировать деньги в банк из расчета 8% годовых, начисляемых ежеквартально?

Задача 11. При покупке дома предлагаются 3 способа оплаты:

а) 315 000 долларов после постройки, т.е. через 2 года;

б) 270 000 долларов сразу;

в) 150 000 долларов в конце первого года, а остальные 150 000 в конце второго года.

Какое условие платежа выгоднее, если в другом месте деньги могут быть вложены под 8% годовых?

Задача 12. Предложены 2 варианта выплаты арендных платежей:

а) 10 000 рублей ежегодно (по предоплатной схеме), срок аренды 4 года;

б) 45 000 рублей в конце 4-го года аренды одновременно.

Если на рынке ставка 25%, что бы вы сделали?

Задача 13. Для обеспечения некоторых будущих расходов создается фонд. Средства в фонд поступают в виде постоянной годовой ренты постнумерандо в течение 5 лет. Размер разового платежа 4 млн. руб. На поступившие взносы начисляются проценты по ставке 18,5% годовых. Определите размер фонда через 5 лет.

Задача 14. Аннуитетный платеж в размере 5000 руб. должен поступать в течение 10 лет. Рассчитайте будущую стоимость этого аннуитета постнумерандо при условии, что ставка капитализации равна:

а) 10%;

б) 12%;

в) 15%.

Задача 15. Если Вы в течение пяти лет в конце каждого года откладываете на счет под сложные проценты по 100 долларов, какая сумма будет на вашем счете в конце срока, если банк ежегодно начисляет на вклады 5% годовых?

Задача 16. Вы берете займы 6145 долларов и обязуетесь вернуть ссуду в течение 10 лет, равномерно выплачивая ежегодно часть основной суммы и по 10% на непогашенный остаток ссуды. Сколько Вам придется платить ежегодно и какую сумму процентов Вы уплатите в третьем году?

Задача 17. Анализируются 2 варианта накопления средств по схеме аннуитета постнумерандо:

а) на депозит вносится 5000 рублей каждые полгода при условии, что банк начисляет 8% годовых с полугодовым начислением процентов;

б) делается ежегодный вклад в размере 10000 рублей на условиях 9% годовых при ежемесячном начислении процентов.

Какая сумма будет на счете через 10 лет при реализации каждого варианта? Какой вариант предпочтительнее? Изменится ли Ваш выбор при снижении ставки во втором варианте до 8,5%?

Задача 18. Если ежемесячно вносить на счет 10000 рублей, то какая сумма будет на счет через 2 года при ежемесячной капитализации процентов? Схема постнумерандо. Ставка сложная 9%.

Задача 19. Организация выплачивает Вам компенсацию за причинение вреда здоровью, в конце каждого месяца внося на Ваш счет 10 000 рублей. Срок выплаты компенсации 3 года. Если денежные средства со счета не снимать, то каков размер данной компенсации в расчете на конец 3 года? Банк начисляет на депозиты 12% годовых ежедневно.

Задача 20. Вы перечисляете в страховую компанию ежемесячно 5000 рублей. Какую сумму Вы сможете накопить через 17 месяцев, если страховая компания начисляет 7% годовых ежеквартально? Схема постнумерандо.

Задача 21. На протяжении 10 лет осуществлялись некоторые платежи пренумерандо. Сложная процентная ставка 12% годовых (с ежемесячной капитализацией). Нарощенная стоимость потока платежей составляет 128 000 рублей. Определите приведенную стоимость данного потока. Какой была бы приведенная стоимость потока, если бы платежи вносились по схеме постнумерандо?

Задача 22. Сколько целых лет потребуются, чтобы накопить на счете сумму 450 000 рублей, если в начале каждого полугодия на счет кладется 25 000 рублей под 15% годовых (с ежемесячной капитализацией)? Какова реальная стоимость данного сбережения?

Задача 23. Предприятие должно получать по 100 000 руб. ежегодно (в начале года) в течение 5 лет. Процентная ставка составляет 11%. Какова текущая стоимость этого аннуитета?

Задача 24. Если ежемесячно вносить на счет 2000 рублей, то какая сумма будет на счете через 3 года при ежемесячной капитализации процентов? Схема пренумерандо. Ставка сложная 10%.

Задача 25. Машина стоит 22 000 д.е. Какие условия платежа выгоднее покупателю при акцептации выплаты 10%-ной ставки на капитал в год:

а) 10 000 д.е. сразу и по 3000 д.е. в год (в начале года) в течение следующих 4 лет;

б) 16 000 д.е. в конце 1-го года, а остаток в течение следующих 2 лет равными платежами (в конце года)?

Задача 26. Некий господин желает приобрести пенсионный контракт, по которому он сможет получать ежегодно (в начале года) по 17 000 рублей в течение оставшейся жизни. Страховая компания решила, что он проживет 20 лет и назначила 6% годовых. Сколько нужно заплатить за контракт? Чему будет равна стоимость контракта при 8% годовых?

Задача 27. Аннуитетный платеж в размере 12000 руб. будет поступать на счет ежегодно в течение 5 лет. Рассчитайте будущую стоимость этого аннуитета при условии, что суммы вносятся вначале каждого периода, а ставка капитализации равна:

а) 8%;

б) 10%;

в) 12%.

Задача 28. Если Вы в течение 10 лет в начале каждого года откладываете на счет под сложные проценты по 2000 долларов, какая сумма будет на вашем счете в конце срока, если банк ежемесячно начисляет на вклады 15% годовых?

Задача 29. Анализируются 2 варианта накопления средств по схеме аннуитета пренумерандо:

а) на депозит вносится 5000 рублей каждые полгода при условии, что банк начисляет 8% годовых с полугодовым начислением процентов;

б) делается ежегодный вклад в размере 10000 рублей на условиях 9% годовых при ежемесячном начислении процентов.

Какая сумма будет на счете через 10 лет при реализации каждого варианта? Какой вариант предпочтительнее? Изменится ли Ваш выбор при снижении ставки во втором варианте до 8,5%?

Задача 30. Ежегодно делается взнос в банк в размере 10000 рублей. Какая сумма будет на счете через 10 лет, если взнос осуществляется одной суммой в начале каждого года, а банк начисляет 12% годовых один раз в два года.

Задача 31. На ежеквартальные взносы в банк в размере 100 тыс. руб. по схеме пренумерандо банк начисляет 12% годовых:

- а) раз в год;
- б) раз в полгода.

Какая сумма будет на счете через 3 года?

Задача 32. На взносы в банк каждые полгода в течение 5 лет по 1000 рублей по схеме пренумерандо банк начисляет ежеквартально 12% годовых. Какая сумма будет на счете в конце срока?

Задача 33. В течение 8 лет в банк каждые полгода вносится по 1000 рублей по схеме пренумерандо, банк начисляет 10% годовых каждые полгода. Какая сумма будет на счете в конце срока?

Задача 34. Раз в полгода делается взнос в банк по схеме пренумерандо в размере 500 евро на условия 8% годовых, начисляемых каждые полгода. Какая сумма будет на счете через 5 лет? Как изменится эта сумма, если проценты будут начисляться раз в год?

Задача 35. Вы заняли на 4 года 10 000 долларов под 14% годовых, начисляемых по схеме сложных процентов на непогашенный остаток. Возвращать нужно равными суммами в конце каждого года. Определите величину годового платежа.

Задача 36. Вы заняли на 6 лет 15 000 долларов под 10% годовых, начисляемых на непогашенный остаток. Возвращать нужно равными суммами в конце каждого года. Определите, какая сумма будет уплачена в счет погашения процентов в третьем году.

Задача 37. Вы заняли на 5 лет 10 000 долларов под 8% годовых, начисляемых по схеме сложных процентов на непогашенный остаток. Возвращать нужно равными суммами в конце каждого года. Определите общую сумму процентов к выплате.

Задача 38. Предприятие приобрело здание стоимостью 20 000 долларов на следующих условиях: 35% оплачивается немедленно, оставшаяся часть погашается равными годовыми платежами в течение 10 лет с начислением 12% годовых на непогашенную часть кредита по схеме сложных процентов. Определите величину годового платежа.

Задача 39. Вы заняли на 5 лет 12 000 долларов под 12% годовых, начисляемых по схеме сложных процентов на непогашенный остаток. Возвращать нужно равными суммами в конце каждого года. Определите, какая часть основного долга погашена за первые 2 года.

Задача 40. Предприятие приобрело здание стоимостью 15 000 долларов на следующих условиях: 30% оплачивается немедленно, оставшаяся часть погашается равными годовыми платежами в течение 8 лет с начислением 15% годовых на непогашенную часть кредита по схеме сложных процентов. Определите общую сумму процентов к выплате.

Задача 41. Предприятие хочет взять кредит в размере 5 млн. руб. Процентная ставка составляет 11%. Оно должно производить равновеликие ежегодные выплаты в течение 5 лет, погашающие одновременно проценты и основной долг. Определите размер ежегодных выплат, а также сумму в счет погашения основного долга в четвертом году.

Задача 42. Светлана Петровна планирует откладывать определенную сумму в конце каждого месяца, чтобы через год скопить 1000 долларов. Сколько ей нужно откладывать ежемесячно, если годовая ставка процента равна 12%?

Задача 43. Корпорация «Air Control» хочет занять на один год 22 500 долларов. Ссуду нужно возвращать равными ежемесячными выплатами по 2000 долларов. Корпорация не желает платить за ссуду больше 10% годовых. Согласится ли корпорация на предложенные условия кредита?

Задача 44. Г-н Райзберг хотел бы располагать суммой в 1 000 000 рублей через 10 лет. Исходя из того, что сложная процентная ставка равна 8%, какую сумму он должен размещать на счете ежегодно?

Задача 45. Михаил Александрович планирует инвестировать 700 000 рублей в пенсионный контракт. Страховая компания предложила выплачивать определенную сумму ежегодно в течение 20 лет исходя из ставки 15% годовых. Какую сумму будет получать Михаил Александрович в начале каждого года?

Задача 46. Клиент делает в начале каждого года взносы в страховую компанию по 1000 долларов в течение 10 лет, чтобы начиная с 11-го года, начать получать бессрочно фиксированные ежегодные выплаты. Какую сумму он будет получать ежегодно при годовой ставке 10%?

Задача 47. Клиент страховой компании желает к моменту выхода на пенсию (через 10 лет) иметь на счете 30 000 долларов. Для этого он намерен делать ежегодный взнос в банк по схеме пренумерандо. Определите размер взноса, если банк предлагает 7% годовых.

Задача 48. В течение 8 лет в банк каждые полгода вносится по 1000 рублей по схеме пренумерандо, банк начисляет 10% годовых каждые полгода. Какова реальная стоимость данного потока платежей?

Задача 49. Какова реальная стоимость инвестиции, если ожидается получение в течение следующих трех лет по 500 евро в начале каждого месяца? Ставка на рынке 10% при ежемесячной капитализации.

Задача 50. В таблице представлены данные о потоках платежей:

Таблица 9

	1 год	2 год	3 год	4 год	5 год	6 год
Поток 1	1000	1000	1000	1000	1000	1000
Поток 2	500		500		500	
Поток 3	800	800		800	800	

Рассчитайте текущую стоимость каждого потока платежей, при условии:

- ежегодной капитализации процентов (сложная ставка 13% годовых) и схеме постнумерандо;
- ежемесячной капитализации процентов (сложная ставка 13% годовых) и схеме пренумерандо;
- ежедневной капитализации процентов (сложная ставка 10%) и схеме пренумерандо.

Задача 51. Рассчитайте реальную стоимость аннуитета пренумерандо, если взносы в банк в размере 8 000 рублей осуществляются еженедельно (при сложной ставке 8%), капитализация процентов осуществляется 2 раза в месяц, а срок операции:

- 6 месяцев;
- 1 год;
- 3 года;
- не ограничен.

Задача 52. При какой процентной ставке реальная стоимость вечной ренты (ежемесячное получение 1000 евро при годовой капитализации процентов) составит 150 000 евро?

Задача 53. Для обеспечения будущих расходов создается фонд. В течение 5 лет в конце каждого года на специальный счет поступает 50 000 д.е. (постоянная годовая рента пренумерандо). На поступившие взносы начисляются сложные проценты по ставке 12% годовых. Определить величину фонда на конец срока в ценах сегодняшнего дня.

Задача 54. Банк должен выплатить компенсацию вкладчикам в размере 100 млн. руб. в течение 4 лет равными годовыми платежами. Найти современную

стоимость этой компенсации если сложная годовая ставка равна 12% годовых. Учтеь возможность использования схемы пост- и пренумерандо.

Задача 55. Имеются данные о потоках платежей (табл. 10).

Таблица 10

	1 год	2 год	3 год	4 год	5 год	6 год
Поток 1	1500	-300	800	2400	-900	400
Поток 2	700	700	700	700		
Поток 3	500		500		500	

Рассчитайте текущую и будущую стоимости для каждого потока платежей, при условии ежегодной капитализации процентов (сложная ставка 10% годовых). В расчетах учтеь возможность использования схемы пост- и пренумерандо.

Задача 56. Что именно выберете Вы при текущей ставке по кредиту в 14%:

- 2000 долларов через 3 года;
- по 60 долларов в конце каждого месяца на протяжении 3 лет;
- по 182 доллара в начале каждого года пожизненно?

Задача 57. Ожидается, что через 3 года имеющееся оборудование морально устареет и для его обновления понадобится 1 000 000 рублей. Какую сумму предприятие должно вносить на депозит ежемесячно, чтобы накопить необходимую сумму, если сложная процентная ставка на рынке 19% годовых при ежемесячной капитализации процентов?

Задача 58. Рассчитайте размер годового рентного платежа, если известно, что срок выплат не ограничен, сложная процентная ставка составляет 11%, а текущая стоимость потока 360 000 рублей.

Задача 59. Сколько вы готовы заплатить за инвестицию, если предлагается получать 700 юаней ежемесячно в течение всей оставшейся жизни? Ставка на рынке 8% годовых при ежегодной капитализации.

Задача 60. Какова приведенная стоимость бессрочного аннуитета, приносящего по 1000 руб. в год при процентной ставке 15% годовых?

4. ФИНАНСОВО-ЭКОНОМИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ НА РЫНКЕ ЦЕННЫХ БУМАГ

4.1. Общие теоретические положения

Определение курсовой стоимости и доходности акций

Акция – долевая ценная бумага, удостоверяющая внесение ее владельцем вклада в уставный капитал акционерного общества и дающая права:

- на получение части прибыли в виде дивидендов;
- на участие в управлении акционерным обществом;
- на продажу на рынке ценных бумаг;
- на получение части имущества при ликвидации общества.

Номинальная стоимость – это стоимость, указанная на бланке акции и характеризующая долю уставного капитала, приходящуюся на одну акцию.

Курсовая (текущая рыночная) стоимость – цена, по которой акции котируются (оцениваются) на вторичном рынке ценных бумаг. *Вторичный рынок – рынок, на котором обращаются выпущенные ранее ценные бумаги.*

Если продажа акции не предусмотрена, то ее курсовая стоимость определяется в первую очередь величиной и динамикой дивиденда.

1. Если величина дивидендов не меняется, то курсовая стоимость акции может быть определена как сумма дисконтированных к настоящему моменту времени всех будущих дивидендов, т.е. как современная стоимость вечной ренты:

$$P = \frac{d}{i}, \quad (4.1)$$

где P – курсовая стоимость акции; d – годовая сумма дивидендов, выплачиваемых раз в год; i – годовая процентная ставка (в долях единицы).

2. Если дивиденды возрастают с постоянным темпом прироста (т.е. каждый год увеличиваются на одну и ту же величину в процентном выражении по отношению к предшествующему значению), то курсовая стоимость акции определяется по формуле Гордона (имеет смысл при $i > g$):

$$P = \frac{d \cdot (1 + g)}{i - g}, \quad (4.2)$$

где P – курсовая стоимость акции; d – базовая величина дивиденда; g – темп прироста дивиденда (в долях единицы); i – годовая процентная ставка (в долях единицы).

Определение курсовой стоимости и доходности облигаций

Облигации являются долговыми ценными бумагами, обычно на предъявителя.

В момент эмиссии облигации присваивают номинал. Обычно облигации покупаются по цене ниже номинальной (с дисконтом), а затем погашают по номиналу. Помимо этого эмитент выплачивает держателю облигации фиксированный процент от номинальной стоимости, который называется купоном.

На протяжении всего срока обращения облигации могут неоднократно покупаться и продаваться. При этом обычно говорят не о цене облигации, а об отношении цены (P) к номиналу (N), которое выражено в процентах и называется курсом (K).

$$K = \frac{P}{N} \cdot 100\% \quad (4.3)$$

1. Облигации без погашения с периодической выплатой купонных процентов (бессрочные облигации)

Пусть q – ставка купона,

i – ставка процента,

N – номинал облигации, тогда:

$$P = \frac{q \cdot N}{i} \quad (4.4)$$

Следовательно, курс облигации есть $K = \frac{q}{i} \cdot 100\%$.

Курс облигации - K. Годовой доход - $q \cdot N$, покупная цена составляет P, следовательно, доходность равна:

$$j = \frac{q \cdot N}{P} \cdot 100\% = \frac{q}{K} \cdot 100\% \quad (4.5)$$

3. Бескупонные облигации с погашением по номиналу

Доход по облигации – разница между номиналом N при погашении и ценой P облигации. Если облигация куплена за m лет до погашения, то, дисконтируя платеж N по ставке i к современному моменту, получим текущую цену облигации:

$$P = \frac{N}{(1+i)^m} \quad (4.6)$$

Следовательно, курс облигации равен:

$$K = \frac{1}{(1+i)^m} \cdot 100\% \quad (4.7)$$

Если же цена известна, то:

$$P(1+i)^m = N \quad (4.8)$$

Отсюда:

$$j = \sqrt[m]{100/K} - 1 \quad (4.9)$$

3. Облигации с периодической выплатой процентов и погашением

Это самый общий тип облигаций. Суммарный доход складывается из регулярных купонных выплат и роста курса.

$$P = \frac{N}{(1+i)^m} + q \cdot N \frac{1-(1+i)^{-m}}{i} \quad (4.10)$$

Курс облигации равен:

$$K = \left(\frac{1}{(1+i)^m} + q \cdot \frac{1-(1+i)^{-m}}{i} \right) \cdot 100\% \quad (4.11)$$

Доходность таких облигаций рассчитывают при помощи метода линейной интерполяции или с использованием программ пакета *Excel*.

Учет векселей (см. «Простые проценты» и «Сложные проценты»).

4.2. Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Уставный капитал акционерного общества в размере 12 000 тыс. руб. разделен на 900 обыкновенных и 100 привилегированных акций; предполагаемый размер прибыли к распределению между акционерами – 2500 тыс. руб.; фиксированная ставка дивиденда по привилегированным акциям объявлена в 20%. Определите, на получение какого дивиденда может рассчитывать владелец обыкновенной и привилегированной акции.

Задача 2. Акция с номиналом 5000 руб. куплена с курсовым коэффициентом 1,5 и продана владельцем на третий год после приобретения за 90 дней до даты выплаты дивидендов. В первый год сумма дивидендов составила 1000 руб. Во второй год дивиденд оценивался в 20%, а в третий в 40%. Индекс динамики цены продажи по отношению к цене приобретения – 1,2. Определите конечную доходность этой акции.

Задача 3. Акция со ставкой 30% приобретена по двойному номиналу и продана через год за 18 750 руб., обеспечив совокупную доходность 70%. Определите курс этой акции в момент продажи.

Задача 4. Дивиденд в истекшем году составил 80 руб. на акцию; ожидаемый темп прироста дивиденда – 3%; ставка дисконтирования – 15%. Определите курсовую стоимость этой акции.

Задача 5. В прошлом году предприятие выплачивало своим акционерам в качестве дивиденда 20,8 руб. на акцию. Прогнозируется рост дивидендов на 4% каждый год в течение неопределенного срока. Определите текущий курс акции предприятия при требуемой ставке доходности, равной 12%.

Задача 6. Инвестор прогнозирует, что через три года акционерное общество выплатит своим акционерам дивиденды из расчета 40 руб. на акцию. Темп прироста прибыли акционерного общества составляет 8%; ставка дисконтирования – 10%. Определите курсовую стоимость этой акции.

Задача 7. Инвестор прогнозирует, что акционерное общество через два года выплатит дивиденд на акцию в размере 25 руб.; ставка дисконтирования равна 12%; темп прироста прибыли компании составляет 4%. Определите курсовую стоимость этой акции.

Задача 8. Инвестор приобрел акцию в начале текущего финансового года за 8000 рублей и продает ее через 5 месяцев. Определить примерную стоимость, по которой совершается продажа, если ожидаемая прибыль в расчете на акцию по итогам года составит 1640 рублей. Ситуация на финансовом рынке и положение компании существенно не изменились с начала года.

Задача 9. Инвестор приобрел акцию и планирует ее использовать в течение продолжительного периода времени. Он составил прогноз получения дивидендов, согласно которому ежегодная сумма дивидендов в первые пять лет составит 200 тыс. руб.; в последующие годы она будет ежегодно возрастать на 10%; норма текущей доходности акций данного типа составляет 15%. Определите текущую рыночную стоимость акций.

Задача 10. Прибыль компании в расчете на одну акцию (*EPS*) составляет 10 дол. США. Предполагается, что в течение последующих пяти лет этот показатель будет ежегодно увеличиваться на 8%. Определите текущую стоимость акции при условии, что предполагаемый доход от инвестирования равен пяти годам, коэффициент *PV/EPS* на конец пятого года составит 12, а требуемая норма доходности равна 12,65%.

Задача 11. Предприятие выплачивает дивиденд в размере 5 руб. на акцию. В следующем году ожидается, что предприятие будет выплачивать дивиденд в размере 10 руб. на акцию. Еще через год прогнозируется выплата дивиденда в размере 13 руб. на акцию. Начиная с этого времени (согласно прогнозу), величина дивидендов будет расти с постоянным темпом 7% в год. Определите текущий курс акции предприятия при значении требуемой ставки доходности на уровне 11%.

Задача 12. Обыкновенные акции предприятия «А» продаются по 25 руб. В конце текущего года ожидаются выплаты дивидендов в размере 2 руб. Требуемая инвестором доходность составляет 12%.

а) Определите стоимость акции, если ожидается, что в следующие 3 года дивиденды будут расти на 12% в год, в 4 и 5 год – на 11%, а начиная с 6-го – на 5%.

б) Изменит ли текущую стоимость акции предположение о ее продаже к концу 5 года? Подкрепите выводы соответствующими расчетами.

Задача 13. Ценная бумага куплена 01.03.15 за 12 тыс. руб. и продана 01.05.15 за 16 тыс. руб. Определить доходность операции.

Задача 14. Инвестор планирует приобрести пакет акций с предполагаемым ростом курсовой стоимости 43% за квартал и в конце квартала продать его. Однако у него есть только 60% от фактической стоимости пакета, остальные 40% он рассчитывает получить в банке. Под какой максимальный квартальный процент может взять инвестор ссуду в банке с тем, чтобы обеспечить доходность на вложенные собственные средства на уровне не менее 30% за квартал?

Задача 15. Продается облигация номиналом 1000 руб. купонная ставка составляет 15% годовых. Выплата процентов производится 1 раз в год. До погашения облигации остается 5 лет. Требуемая норма доходности на инвестиции с учетом риска соответствующего данному типу облигаций составляет 20%. Определите курсовую стоимость облигации.

Задача 16. По облигации номиналом 1000 руб. купонная ставка составляет 15% годовых. Выплата процентов производится 1 раз в год. До погашения облигации остается 5 лет. Требуемая норма доходности в течение первых трех лет составляет 20%, в четвертый год – 15%, в пятый год – 10%. Определите курсовую стоимость облигации.

Задача 17. Продается облигация номиналом 1000 руб. купонная ставка составляет 15% годовых. Выплата процентов производится 2 раза в год. До погашения облигации остается 5 лет. Требуемая норма доходности на

инвестиции с учетом риска соответствующего данному типу облигаций составляет 20%. Определите курсовую стоимость облигации.

Задача 18. По облигации номиналом 1000 руб. выплата процентов производится 2 раза в год. До погашения облигации остается 3 года. По первому купону выплачивается 20% годовых. Проанализировав рынок, финансовый аналитик пришел к выводу, что купонная ставка по этой облигации будет снижаться и составит во второй год – 18%, в третий год – 15%. Требуемая норма доходности: в первый год - 20%, во второй год – 19%, в третий год – 16%. Определите курсовую стоимость облигации.

Задача 19. Бескупонная облигация номиналом 1000 руб. погашается по номиналу через 4 года. Определить курсовую стоимость облигации, если ставка дисконтирования равна 14% годовых.

Задача 20. Определите цену краткосрочной облигации номиналом 1000 руб., которая погашается по номиналу через 180 дней. Требуемая норма прибыли по данному типу облигаций 20% годовых.

Задача 21. Определите цену краткосрочной облигации номиналом 2000 руб., которая погашается по номиналу через 200 дней. Требуемая норма прибыли по данному типу облигаций 10% годовых.

Задача 22. Определите цену краткосрочной облигации номиналом 1000 руб., если она погашается по номиналу через 300 дней. Требуемая норма прибыли по данному типу облигаций 20% годовых.

Задача 23. Облигация номиналом 1000 руб. продается по цене 800 рублей. Процентный доход в размере 30% годовых выплачивается 1 раз в год. Определите текущую доходность облигации.

Задача 24. Облигация номиналом 2000 рублей продается по цене 1600 рублей. Процентный доход в размере 15% годовых выплачивается 2 раза в год. Определить текущую доходность облигации.

Задача 25.

Инвестор имеет два варианта вложения средств: покупка земельного участка или приобретение облигации на одну и ту же сумму. Рента составит 8 тыс. ден.ед./год, облигация же погашается в течение трёх лет по 35,5 тыс. ден.ед. в конце каждого года. Какой вариант вложения денег выгоднее? Обосновать. Средний банковский процент равен 12%.

Задача 26. Компания «Североатлантический яхт-клуб» приобрела заправочную станцию с оформлением простого векселя номинальной стоимостью 9,7 млн. долларов, выпущенного в обращение 1 мая 2015 года по схеме обыкновенных процентов с точным числом дней, со сроком погашения 1 августа 2015 года. 15 июля векселедержатель учел вексель в банке по дисконтной ставке равной 8,15% и получил за него 9,856 млн. долларов. Определите размер процентной ставки, уплачиваемой векселедателем.

Задача 27. Вы имеете вексель на сумму 15 тыс. руб. и хотели бы при его учете по сложной учетной ставке за 2 года до срока погашения получить две трети этой суммы. Какая должна быть годовая номинальная учетная ставка при дисконтировании поквартально? Как изменится ответ, если дисконтирование осуществляется раз в год?

Задача 28. Доходы банка от трех финансовых операций (по учету коммерческих векселей), проведенных в течение одного и того же срока, составили соответственно 10, 8 и 20 тыс. руб. Сравните между собой нормы прибыли этих операций, если в них было вложено 50, 20 и 100 тыс. руб. Чему будут равны учетная ставка и дисконт-фактор в каждой финансовой операции?

Задача 29. Определить цену размещения коммерческим банком своих векселей при условии, что вексель выписывается на сумму 400 000 рублей, со сроком погашения 320 дней, банковская ставка процента 22% годовых.

Задача 30. Предприятие продало товар на условиях потребительского кредита с оформлением простого векселя. Номинальная стоимость векселя 150 тыс. руб., срок векселя 60 дней, ставка процента за предоставленный кредит 15% годовых. Через 45 дней с момента оформления векселя предприятие решило учесть вексель в банке. Предложенная банком дисконтная ставка составляет 20% годовых. Рассчитайте суммы, получаемые предприятием и банком, если используются простые проценты с точным числом дней ссуды (примите, что в году 360 дней).

5. САМОСТОЯТЕЛЬНЫЙ КОНТРОЛЬ ЗНАНИЙ

Тестовые вопросы для самоконтроля

1. Процесс наращивания – это:
 - 1) процесс, в котором заданы исходная сумма и процентная ставка;
 - 2) процесс, в котором заданы ожидаемая к получению в будущем (возвращаемая) сумма и коэффициент дисконтирования;
 - 3) процесс, в котором заданы исходная сумма и коэффициент дисконтирования;
 - 4) процесс приведения будущей стоимости к настоящей.

2. Процесс дисконтирования – это:
 - 1) процесс, в котором заданы исходная сумма и процентная ставка;
 - 2) процесс, в котором заданы исходная сумма и коэффициент дисконтирования;
 - 3) процесс, в котором заданы ожидаемая к получению в будущем (возвращаемая) сумма и коэффициент дисконтирования;
 - 4) процесс приведения настоящей стоимости к будущей.

3. Схема, наиболее выгодная для лица, использующего кредит (в случае ежегодного начисления процентов и срока ссуды менее одного года):
 - 1) схема сложных процентов;
 - 2) схема простых процентов;
 - 3) обе схемы дают одинаковые результаты;
 - 4) недостаточно данных для ответа.

4. Схема, наиболее выгодная для лица, предоставляющего кредит (в случае ежегодного начисления процентов и срока ссуды более одного года):
 - 1) схема сложных процентов;
 - 2) схема простых процентов;
 - 3) обе схемы дают одинаковые результаты.

5. Предприятие получило кредит на один год в размере 6 млн. руб. с условием возврата 10 млн. руб. Рассчитайте величину процентной ставки.
 - 1) 40,0 %;
 - 2) 166,7 %;
 - 3) 66,7 %;
 - 4) 250,0 %.

6. Пусть величина процентной ставки $r = 20\%$. Рассчитайте величину учетной ставки.
- 1) 25%;
 - 2) 16,7%;
 - 3) 400%;
 - 4) 60 %.
7. В банк помещены на срочный сберегательный счет 1000 руб. на 2 года по простой ставке 10 % годовых с дальнейшей пролонгацией на последующие 3 года по простой ставке 5 % годовых. Найдите наращенную сумму по истечении 5 лет.
- 1) 1350 руб.;
 - 2) 1380 руб.;
 - 3) 1300 руб.
8. Договор предусматривает использование в течение первых 3 месяцев простой ставки на уровне 15%, следующих четырех месяцев – на уровне 20% и последующих пяти месяцев - на уровне 25%. Найти среднюю ставку в целом за рассматриваемый период.
- 1) 26,0 %;
 - 2) 20,8 %;
 - 3) 20,0 %.
9. В банк помещены на срочный сберегательный счет 1000 руб. на 2 года по простой ставке 10 % годовых с дальнейшим реинвестированием полученной суммы на 3 года по простой ставке 5 % годовых. Найти наращенную сумму по истечении 5 лет.
- 1) 1350 руб.;
 - 2) 1380 руб.;
 - 3) 1300 руб.
10. Срок финансовой операции с 10.03.2014 по 30.10.2014 года. Сумма долга составляет 160 000 рублей. Какова будет итоговая задолженность перед банком по данной операции, если процентная ставка 15% годовых и при начислении используются точные проценты с точным числом дней ссуды?
- 1) 175 386 руб.;
 - 2) 175 189 руб.
 - 3) 184 000 руб.

11. Годовая ставка, обеспечивающая такое же наращение некой исходной величины, как и годовая процентная ставка r при m числе начислений сложных процентов, называется:
- 1) номинальной ставкой;
 - 2) эффективной ставкой;
 - 3) учетной ставкой.
12. Существуют ли такое число начислений процентов m в году, при котором номинальная и эффективная ставки совпадают.
- 1) да.
 - 2) нет.
13. Дополните предложение: "Сила роста сложных процентов более велика на значительно ... временных отрезках и при ... ставках":
- 1) меньших; меньших;
 - 2) меньших; больших;
 - 3) больших; больших;
 - 4) больших; меньших.
14. Если Вы вкладываете средства, то предпочтете ... периодичность начисления процентов на процент:
- 1) различную, в зависимости от суммы вложений;
 - 2) различную, в зависимости от срока вложения;
 - 3) большую;
 - 4) меньшую.
15. Какова текущая стоимость выплаты в 50 000 долларов, которая будет получена через четыре года, если проценты начисляются на процент каждые шесть месяцев при номинальной ставке 15 % годовых?
- 1) 28035,1;
 - 2) 28587,7;
 - 3) 28305,1.
16. Вы хотите занять деньги сроком на два года. "Мун Бэнк" предлагает Вам желаемую сумму под 13 % годовых при ежегодном начислении процентов на процент. "Винус Бэнк" предлагает Вам аналогичную сумму под 12,284 % годовых при ежемесячном начислении процентов на процент. Какое из двух предложений наиболее выгодно для Вас?
- 1) предложение "Мун Бэнк";
 - 2) предложения равнозначны;
 - 3) предложение "Винус Бэнк".

17. Метод пренумерандо – это:

- 1) способ расчета платежей, при котором начисление процента осуществляется в начале каждого интервала;
- 2) способ расчета платежей, при котором начисление процента осуществляется в конце каждого интервала.

18. Потоки платежей, осуществляющихся через одинаковое время t , называются:

- 1) переменными;
- 2) постоянными;
- 3) регулярными;
- 4) авансовыми.

19. Потоки платежей, имеющие в течение периода начисления процентов разную процентную ставку в зависимости от шага расчета, называются:

- 1) нерегулярными;
- 2) неординарными;
- 3) непостоянными;
- 4) с переменной ставкой.

20. Имеется информация о потоке платежей (табл. 11). Охарактеризуйте его.

Таблица 11

<i>Период платежа, год</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
<i>Величина платежа, руб.</i>	-2000,0	-1000,0	1000,0

- 1) нерегулярный, переменный, ординарный;
- 2) регулярный, постоянный, неординарный;
- 3) переменный, регулярный, ординарный;
- 4) постоянный, нерегулярный, неординарный.

21. Сумма всех членов потока платежей ренты с начисленными на них процентами на конец срока ренты – это...

- 1) наращенная сумма;
- 2) аннуитет;
- 3) текущая стоимость ренты.

22. С помощью какого коэффициента можно привести начальную стоимость ренты к конечной? (i – процентная ставка, n – срок ренты)

- 1) $(1 - i) \cdot n$;
- 2) $(1 + i) - n$;
- 3) $(1 + n) - n$;
- 4) $(1 + i)^n$.

23. Выберите поток платежей, не являющийся постоянной финансовой рентой:
- 1) платежи = 30; 60; 90, процентная ставка = 10% г-х;
 - 2) платежи = 60; 60; 60, процентная ставка = 200% г-х;
 - 3) платежи = 20; 20; 20, процентная ставка = 0% г-х.
24. Какие параметры ренты достаточно знать для определения рентного платежа?
- 1) процентную ставку;
 - 2) процентную ставку, срок ренты;
 - 3) процентную ставку, срок ренты, начальную стоимость ренты;
 - 4) процентную ставку, срок ренты, начальную стоимость ренты, конечную стоимость ренты.
25. Определить конечную стоимость финансовой ренты, если начальная стоимость ренты = 30, годовая ставка = 20%, срок ренты = 5 лет.
- 1) 63,45;
 - 2) 74,65;
 - 3) 223,25.
26. Определить начальную стоимость постоянной годовой ренты, если рентный платеж = 20, годовая ставка = 20%, срок ренты = 5 лет.
- 1) 60;
 - 2) 80;
 - 3) 100.
27. Выберите верное равенство:
- 1) $FV^{pre} = FV^{pst} (1 + r)$;
 - 2) $FV^{pre} = FV^{pst} (1 - r)$;
 - 3) $FV^{pst} = FV^{pre} (1 + r)$;
 - 4) $FV^{pst} = FV^{pre} (1 - r)$.
28. Вексель стоимостью 100 млн. руб. учтен банком за 2 года до погашения по сложной ставке 30 % годовых. Какую сумму получит векселедержатель при использовании в расчетах сложной учетной ставки?
- 1) 45,5 млн.руб.;
 - 2) 61,3 млн. руб.;
 - 3) 59,2 млн. руб.;
 - 4) 49,0 млн. руб.
29. Бескупонная облигация номиналом 1000 руб. погашается по номиналу через 3 года. Определить курсовую стоимость облигации, если ставка дисконтирования равна 10% годовых.

- 1) 751,3.руб.;
- 2) 769,2 руб.;
- 3) 700 руб.

30. Обыкновенные акции предприятия «А» продаются по 25 руб. В конце текущего года ожидаются выплаты дивидендов в размере 2 руб. Требуемая инвестором доходность составляет 12%. Определите курсовую стоимость акции.

- 1) 150%
- 2) 67%;
- 3) 120%.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Блау, С.Л. Финансовая математика: учеб. для студ. учреждений сред. проф. образования / С.Л. Блау, С.Г. Григорьев. – М.: ИЦ Академия, 2013. – 192 с.
2. Брусов, П.Н. Финансовая математика: учебное пособие / П.Н. Брусов, П.П. Брусов, Н.П. Орехова. – М.: КноРус, 2013. – 224 с.
3. Вайсман, Е.Д. Основы финансовой математики: учебное пособие для практических занятий / Е.Д. Вайсман, Т.А. Кузнецова, И.А. Соловьева. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2007. – 30 с.
4. Касимов, Ю.Ф. Финансовая математика: учебник для бакалавров / Ю.Ф. Касимов. – М.: Юрайт, 2012. – 335 с.
5. Самаров, К.Л. Финансовая математика: сборник задач с решениями: учебное пособие / К.Л. Самаров. – М.: ИНФРА-М, 2011. – 80 с.
6. Четыркин, Е.М. Финансовая математика: учебник / Е.М. Четыркин. – М.: ИД Дело РАНХиГС, 2011. – 392 с.

Учебное издание

**Соловьева Ирина Александровна,
Мостовщикова Ирина Александровна**

ФИНАНСОВАЯ МАТЕМАТИКА

Учебное пособие для практических занятий

Техн. редактор *А.В. Миних*

Издательский центр Южно-Уральского государственного университета

Подписано в печать 12.11.2014. Формат 60×84 1/16. Печать цифровая.
Усл. печ. л. 3,02. Тираж 100 экз. Заказ 499/403.

Отпечатано в типографии Издательского центра ЮУрГУ.
454080, г. Челябинск, пр. им. В.И. Ленина, 76.